

II-67 リニヤーモータの駆動力について

内 海 達 見
高 木 亀 一

On the Force Generated in Linear Induction Motor

Tatsumi UTSUMI
Kameichi TAKAGI

SYNOPSIS

Linear induction motors and electromagnetic pumps for molten metal have the simple construction and power can be obtained from commercial three-phase power lines.

The linear induction motor consists of a metal plane and stator cores which are parallel and opposite. The metal plane is inserted in parallel cores. The three-phase windings on the stator core create a travelling magnetic field which induces eddy current in the metal plane. Pressure induced in the metal plane along the longitudinal stator core is caused by the interaction of the travelling field and the induced eddy current.

In this paper, the authors analyze the magnetic field in the air gap, taking the eddy current effect along the y-axis of stator cores, calculating the force of the linear induction motor.

The experimental results about the force are obtained by inserting an aluminum plane in the air gap.

1. 序 論

Linear induction motor 及び液体金属を駆動させる平板型電磁ポンプは、簡単な構造と、三相電源から容易に力を引き出せるという利点を持つている。Fig. 1.1 は、その構造を示している。相對した二つの鉄心に巻かれた三相巻線によつて進行磁界が作られ、この磁界と、これによつて金属板に生じる渦電流との相互作用により、力が発生して金属板を駆動するのである。

本研究においては、 y 軸における渦電流効果を考慮しつつ、空隙における磁界構造を決定し、それによつてこの Linear induction motor の駆動力を理論と実験の面から解析した。

2. 基礎方程式

緩慢に運動する物体に対する Maxwell の電磁方程式は、次のように表わされる。

$$\text{rot } E' = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{rot } H = j \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$j = \sigma E = \sigma(E' + v \times B) \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$B = \mu_0 H \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{div } B = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{div } E = 0 \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで

B = 磁束密度

E' = 電 界

H = 金属流体の領域における磁界

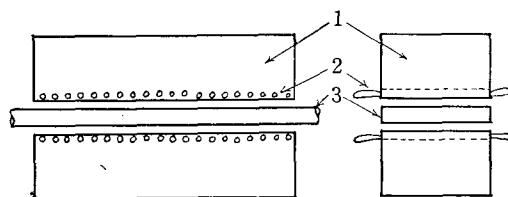
E = 電流を創りだす実際の電界

j = 電流密度

v = 金属流体の流速

σ = 金属の導電度

直線型誘導機では、金属流体は固体の金属板であるから、 $v=v=一定$ とおくことができる。



1—鉄心 2—三相巻線 3—金属板

Fig. 1.1

場の方程式を出すために、(1)~(6)式を変形して j と E' を消去する。

$$\text{rot } E = - \left(\frac{\partial B}{\partial t} + v \frac{\partial E}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(7)$$

さらに(2)式との関係から、次の式が求まる。

$$\nabla^2 E = \mu_0 \sigma \left(\frac{\partial E}{\partial t} + v \frac{\partial E}{\partial x} \right) \dots\dots\dots(8)$$

(8)式が、これから解析する場の基礎方程式である。

この方程式の解析にあたり、場は定常状態であると仮定しよう。すなわち、

$$E(x \cdot y \cdot z \cdot t) = E^*(y \cdot z) e^{j(\omega t - \alpha x)} \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 $\alpha = \pi/\tau$ 。 $\tau = \text{pole pitch}$

(9)式を(8)式に代入すると

$$\frac{\partial^2 E^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E^*}{\partial z^2} = \lambda^2 E^* \dots\dots\dots(10)$$

$$\lambda^2 = \alpha^2 + j\omega\mu_0\sigma$$

$$S = 1 - \frac{\alpha v}{\omega}$$

(10)式を、各 E_x^* , E_y^* , E_z^* 成分について解くと、次の式が求まる (Appendix I 参照)。

$$\left. \begin{aligned} E_x^* &= (A_1 \cos \beta y + B_1 \sin \beta y) (C_1 \text{ch } \xi z + D_1 \text{sh } \xi z) \\ E_y^* &= (A_1 \cos \beta y + B_2 \sin \beta y) (C_2 \text{ch } \xi z + D_2 \text{sh } \xi z) \\ E_z^* &= (A_3 \cos \beta y + B_3 \sin \beta y) (C_3 \text{ch } \xi z + D_3 \text{sh } \xi z) \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

$$\xi^2 = \lambda^2 + \beta^2$$

3. 方程式の解

(11)式の定数 A , B , C , D を決定するために、次の境界条件を用いる。

(a) Fig. 2.1 は、金属板の 1 pole pitch の寸法と、発生する渦電流の通路を示している。この渦電流通路から、次のような対称条件が成立する。

$$\left. \begin{aligned} E_x^*(y) &= -E_x^*(-y), \quad E_x^*(z) = E_x^*(-z) \\ E_y^*(y) &= E_y^*(-y), \quad E_y^*(z) = E_y^*(-z) \end{aligned} \right\} \dots\dots(12)$$

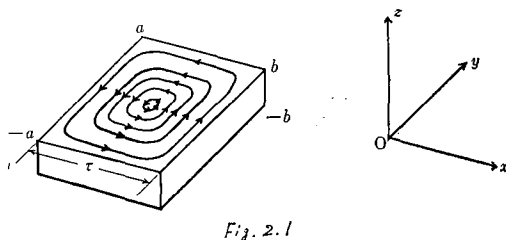


Fig. 2.1

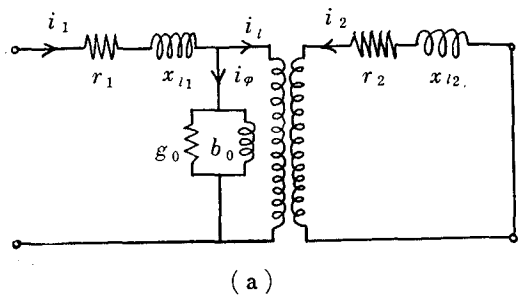
(b) 金属板の内部では

$$E_z^* = 0 \dots\dots\dots(13)$$

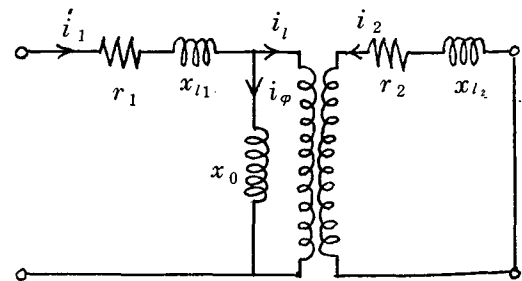
(c) 直線型誘導機は、変圧器と同様な等価回路に変換してみることができる (Fig. 2.2 a)。この等価回路の二次回路は金属板であるから、短絡回路とみなすことができる。

本研究で試作した直線型誘導機では、構造的に鉄心中に渦電流が流れにくいこと、また発生する磁束密度が小さいこと ($0.01 \sim 0.04 \text{ wb/m}^2$) のために、鉄損は無視することができるとした。

したがって Fig. 2.2 a は、2.2 b に書きあらためられる。



(a)



(b)

Fig. 2.2

さて、変圧器の理論から、鉄損が無い場合は、回路に負荷が有る無しにかかわらず励磁電流は一定、すなわち鉄心中の磁束は一定である。

Fig. 2.3 は、直線型誘導機の y 軸方向の磁界分布を示している。 B_m は無負荷状態における磁束密度分布であり、 B_z 曲線は負荷状態における分布曲線である。斜線をほどこした部分、 $B_m' - B_z$ は、金属板に発生した渦電流による反磁化力を示している。 B_m' は負荷状態において、鉄心によつて作られる磁束密度である。

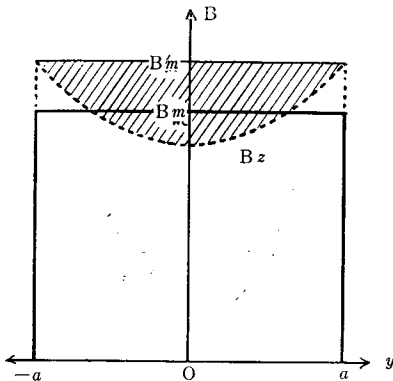


Fig. 2.3

上述の磁束一定の理論から、次の条件式が成立する。

$$\Phi_m^* \Big|_{z=\pm b} = \Phi_z^* \Big|_{z=\pm b} \quad \dots\dots\dots (14)$$

または

$$\int_{-a}^a B_m^* dy \Big|_{z=\pm b} = \int_{-a}^a B_z^* dy \Big|_{z=\pm b} \quad \dots\dots\dots (15)$$

(d) Fig. 2.3 に見るごとく、 $y = \pm a$ の金属端では、渦電流による反磁化力は無いから、

$$y = \pm a, z = \pm b \quad \text{において} \quad B_z^* = B_m' \quad \dots\dots\dots (16)$$

(e) Fig. 2.2 b から明らかなように、 B_m と B_m' の関係は、次の比例関係に転換できる。

$$\frac{B_m'}{B_m} = \frac{i\varphi}{i\varphi + iL} = \frac{i\varphi}{i_1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

以上の条件式を使つて、(11)式の定数 A, B, C, D を決定すると、電界 E^* 磁束密度 B^* の x, y, z 成

分は、次式で与えられる (Appendix II 参照)。

$$\left. \begin{aligned} E_x^* &= \frac{j\omega s a \beta^2 B_m}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \sin \beta y \operatorname{ch} \xi z \\ E_y^* &= \frac{\alpha \omega s a \beta B_m}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z \\ E_z^* &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} B_x^* &= \frac{-j a \beta \xi \alpha B_m}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z \\ B_y^* &= \frac{-a \beta^2 \xi B_m}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \sin \beta y \operatorname{ch} \xi z \\ B_z^* &= \frac{a \beta B_m}{\operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

β は次式で示される。

$$\frac{1}{\beta a} \tan \beta a = \frac{i\varphi}{i_1} \quad \dots\dots\dots (20)$$

Fig. 2.4 は $i\varphi/i_1$ に対する β の値をグラフに表わしたものである。

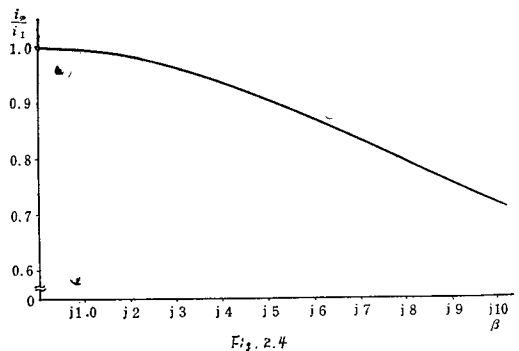


Fig. 2.4

4. 駆動力の計算

誘導機によつて発生する力 F は、 x 軸の長さを l とすると、

$$F = l \int_{y=-a}^a \int_{z=-b}^b \left[\frac{J_y^*}{\sqrt{2}} \frac{B_z^*}{\sqrt{2}} \right] dy dz = \frac{l\sigma}{2} \int_{-a}^a \int_{-b}^b [E_y^* B_z^*] dy dz \quad \dots\dots\dots (21)$$

(20)式に(18)(19)式を代入する

$$\begin{aligned} F &= \frac{l\sigma}{2} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \left[\frac{\alpha \omega a^2 \beta^2 s B_m^2}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch}^2 \xi b \sin^2 \beta a} \cos^2 \beta y \operatorname{ch}^2 \xi z \right] dy dz \\ &= \frac{l\sigma \alpha \omega a^2 \beta^2 s B_m^2}{2(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch}^2 \xi b \sin^2 \beta a} \int_{-a}^a \int_{-b}^b [\cos^2 \beta y \operatorname{ch}^2 \xi z] dy dz \\ &= \frac{l\sigma \alpha \omega a^2 \beta^2 s B_m^2}{2(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch}^2 \xi b \sin^2 \beta a} \left(a + \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta a \right) \left(b + \frac{1}{2\xi} \operatorname{sh} 2\xi b \right) \\ &= \frac{l\sigma \alpha \omega a^2 \beta^2 s B_m^2}{2(\alpha^2 + \beta^2) \sin^2 \beta a} \left(a + \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta a \right) \left[b \left(\frac{\operatorname{ch} \varphi b \cos^2 \varphi b - j \operatorname{sh} \varphi b \sin \varphi b}{\operatorname{ch}^2 \varphi b - \sin^2 \varphi b} \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\varphi - j\psi}{\varphi^2 + \psi^2} \right) \left(\frac{\operatorname{th} \varphi b \sec^2 \varphi b + j \operatorname{sech}^2 \varphi b \tan \varphi b}{1 + \operatorname{th}^2 \varphi b \cdot \tan \varphi b} \right) \right] \quad \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

力の有効成分は、(22)式の Real Part である。したがつて、求める力の式は、

$$F = \frac{l\sigma\alpha\omega}{2(\alpha^2+\beta^2)\sin^2\beta a} \left(a + \frac{1}{2\beta} \sin 2\beta a \right) \left[\frac{b(\operatorname{ch}^2\phi b \cos^2\phi b - \operatorname{sh}^2\phi b \sin^2\phi b)}{(\operatorname{ch}^2\phi b - \sin^2\phi b)^2} + \frac{\phi \operatorname{th}\phi b \sec^2\phi b + \phi \operatorname{sech}^2\phi b \tan\phi b}{(\phi^2 + \phi^2)(1 + \operatorname{th}^2\phi b \tan^2\phi b)} \right] \dots\dots\dots (29)$$

ここで

$$\xi = \varphi + j\phi$$

$$\varphi = \sqrt{-\frac{1}{2} [\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)^2 + (\omega\mu_0\sigma s)^2} + (\alpha^2 + \beta^2)]}$$

$$\phi = \sqrt{-\frac{1}{2} [\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2)^2 + (\omega\mu_0\sigma s)^2} - (\alpha^2 + \beta^2)]}$$

5. 結 論

以上のごとく、直線型誘導機の駆動力は、(23)式によつて求められた。この式は、電気機械の相似な問題に適応されうるし、特に電磁ポンプの駆動力の基礎方程式として有用である。

Appendix IV において、駆動力の計算例と実測例が示されている。著者達の行なつた実測値は、計算値のおよそ64%であつた。誤差の主要原因は、漏洩磁束にもとづく等価回路のパラメータが、はつきりしていないことにあるものと思われる。

この Linear induction motor は、鉄心の磁気回路が開放しているために、特有な端効果が生じるが⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾、今回は扱わなかつた。

なお、本研究の一部は、昭和39年度の明治大学科学技術研究所の研究費で行われた。

Appendix I 場の基礎方程式の解

$$\frac{\partial^2 E^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E^*}{\partial z^2} = \lambda^2 E^*$$

E^* の E_x^* 成分について考えると、

$$\frac{\partial^2 E_x^*}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x^*}{\partial z^2} = \lambda^2 E_x^*$$

$E = Y(y)Z(z)$ とおく

$$\frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \lambda^2$$

$$\frac{Y''(y)}{Y(y)} = \lambda^2 - \frac{Z''(z)}{Z(z)} = -\beta^2 \quad \text{とおくと}$$

$$\begin{cases} Y''(y) + \beta^2 Y(y) = 0 \\ Z''(z) - (\lambda^2 + \beta^2) Z(z) = 0 \end{cases}$$

$$Y(y) = A \cos \beta y + B \sin \beta y$$

$$Z(z) = C \operatorname{ch} \xi z + D \operatorname{sh} \xi z$$

$$(\xi^2 = \lambda^2 + \beta^2)$$

E_x^* の式として、次式が求まる。

$$E_x^* = (A_1 \cos \beta y + B_1 \sin \beta y)$$

$$(C_1 \operatorname{ch} \xi z + D_1 \operatorname{sh} \xi z)$$

E_y^* , E_z^* についても、同様にして求まる。

Appendix II 定数 A, B, C, D の決定

(12)式の関係から、ただちに次の定数が定まる。

$$A_1 = 0 \quad D_1 = 0$$

$$B_2 = 0 \quad D_2 = 0$$

$$\cdot E_x^* = B_1 C_1 \sin \beta y \operatorname{ch} \xi z$$

$$E_y^* = A_2 C_2 \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z$$

$$E_z^* = 0$$

$\operatorname{div} E = 0$ から

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} = 0$$

$$-j\alpha B_1 C_1 \sin \beta y \operatorname{ch} \xi z - \beta A_2 C_2 \sin \beta y \operatorname{ch} \xi z = 0$$

$$\cdot B_1 C_1 = j \frac{\beta}{\alpha} A_2 C_2$$

(7)式から

$$B_z = \frac{j}{\omega s} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

$$= \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{\omega s \alpha} A_2 C_2 \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z$$

(15)式から

$$\int_{-a}^a \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{\omega s \alpha} A_2 C_2 \cos \beta y \operatorname{ch} \xi b \, dy = \int_{-a}^a B_m \, dy$$

$$\cdot A_2 C_2 = \frac{\omega s \alpha \beta A B_m}{(\alpha^2 + \beta^2) \operatorname{ch} \xi b \sin \beta a}$$

したがつて

$$B_z^* = \frac{\alpha \beta B_m}{\operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \cos \beta y \operatorname{ch} \xi z$$

さらに(7)式の関係から、 B_x^* , B_y^* が求まる。

次に(16)式から β の値を決定する。

$$B_z^* \Big|_{y=\pm a} = \frac{\alpha \beta B_m}{\operatorname{ch} \xi b \sin \beta a} \cos \beta a \operatorname{ch} \xi b = B_m'$$

$$\frac{1}{\beta a} \tan \beta a = \frac{B_m'}{B_m'}$$

さらに(17)式により、次のようになる。

$$\cdot \frac{1}{\beta a} \tan \beta a = \frac{j\varphi}{i_1}$$

Appendix III $i\varphi, i_1, B_m$ の決定

次のような実験を行なつた。直線型誘導機の二次側

を開放した状態（金属導体であるアルミニウム板を取り去った状態）で、一次側に単相電圧を加え、一相一極あたりの励磁電流 i_ϕ を測定した。次に、定電圧回路の状態ではアルミニウム板を鉄心間の空隙に入れ、負荷時における一次側電流 i_1 を測定した。

無 負 荷	負 荷
電 圧 50(V)	電 圧 50(V)
電 流 4.59(A)	電 流 4.67(A)

以上の測定結果から

$$\frac{i_\phi}{i_1} = \frac{4.59}{4.67} = 0.983$$

Fig. 2.4 から、 $i_\phi/i_1=0.983$ に対する β の値は、 $j 2.0$ である。

無負荷における B_m の値は、鉄心の slot と teeth のために脈動する。また、鉄心の磁気回路の開放によつて起ると思われる磁界の脈動のために³⁾⁴⁾、 B_m の値は x 軸に沿つて、Fig. III.1 で示されるように変化している。そのため、 B_m の値は Fig. III.1 の平均値を採用した。測定は、アルミニウム板の表面が位置する表面上 12mm の位置を x 軸に沿つて、Gauss Meter で行なわれた。供給電流は、三相 5A であつた。

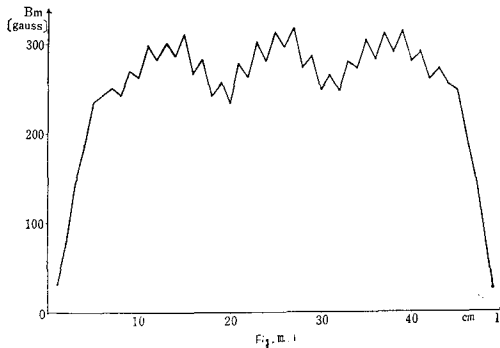


Fig. III.1

Appendix IV 理論と実測の比較

理論式(23)に、以下の定数を代入する

$$\begin{aligned} l &= 49 \times 10^{-2} \text{ [m]} & s &= 1.0 \\ \alpha &= \pi/\tau = \pi/6 \times 10^{-2} \text{ [m]} & \sigma &= 3.82 \times 10^7 \text{ [1/\Omega-m]} \\ \alpha &= 11.4 \times 10^{-2} \text{ [m]} & \beta &= j 2.0 \\ b &= 2 \times 10^{-3} \text{ [m]} & \mu_0 &= 4\pi \times 10^{-7} \\ \omega &= 2\pi f = \pi \times 10^2 & B_m &= 2.51 \times 10^{-2} \text{ [wb/m}^2\text{]} \end{aligned}$$

計算の結果は、次のとおりである。

$$F = 31.96 \text{ [N]}$$

$$= 3.26 \text{ [kg]}$$

$$p = F/A = 3.574 \times 10^{-3} \text{ [kg/m}^2\text{]}$$

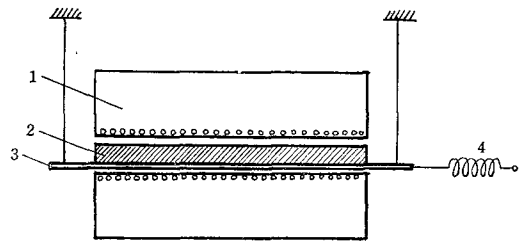
一方、実験は、二層全節巻 8 極の巻線を巻いた鉄心間に、長さ×幅×厚さが、 $49 \times 22.8 \times 0.4 \text{ [cm]}$ のアルミニウム板を支持台にのせ糸で吊下げた。Fig. IV.1 は、実験装置を示している。駆動力は、力とバネばかりをバランスさせることによつて測定した。

実験の結果は、次のとおりである。

$$F = 2.09 \text{ [kg]}$$

$$p = 2.292 \times 10^{-3} \text{ [kg/m}^2\text{]}$$

すなわち、実測値は理論値の 64% であつた。



1-鉄心 2-アルミ板 3-支持台 4-ばねばかり
Fig. IV.1

(昭和40年10月20日受理)

参考文献

- 1) Токи и усилия в слое жидкого Металла плоских индукционных насосов. А. И. ВОЛЬДЕК, Электромеханика, No. 1, 1959
- 2) Электромагнитные явления в плоских индукционных насосах для жидких металлов. Н. М. ОХРЕМЕНКО, Электричество, No. 3, 1960
- 3) Amelioration des caracteristiques de la pompe electromagnetique a inducion, du type lineaire C. HERMANT, Bull Soc franc Electriciens, No. 3, 1960
- 4) Об Электромагнитных явлениях в индукционных машинах и насосах с разомкнутым магнитопровоом, А, И. ВОЛЬДЕК, Электромеханика, No. 8. 1962